

P I D制御システムの  
閉ループテストに基づくP I D調整  
- E-FRIT MATLAB Program Quick Start -

改訂 3 版  
5.22, 2010  
小河 守正  
加納 学

# 重要事項

配布プログラムを使用する方は、下記項目に同意したものとします。  
同意できない場合は、プログラムを使用しないで下さい。

## 【編集】

プログラムは自由に編集していただいて結構です。

## 【再配布】

編集の有無にかかわらず、プログラムを再配布することは禁じます。

## 【成果】

本プログラム（編集したものも含む）を使用して得られた成果は、できるだけ学会等で発表して下さい。公表できない場合でも、できるだけプログラム作成者に連絡して下さい。今後の技術開発の励みにさせていただきます。

## 【責任】

本プログラム（編集したものも含む）を使用して生じる結果について、作成者は一切の責任を負いません。なお、お礼は拒みません。

## 【連絡先】

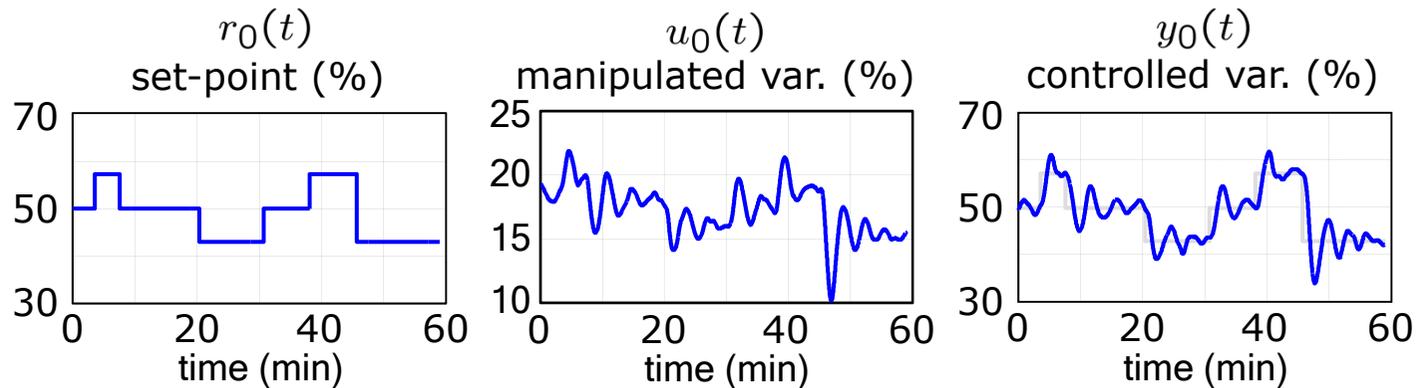
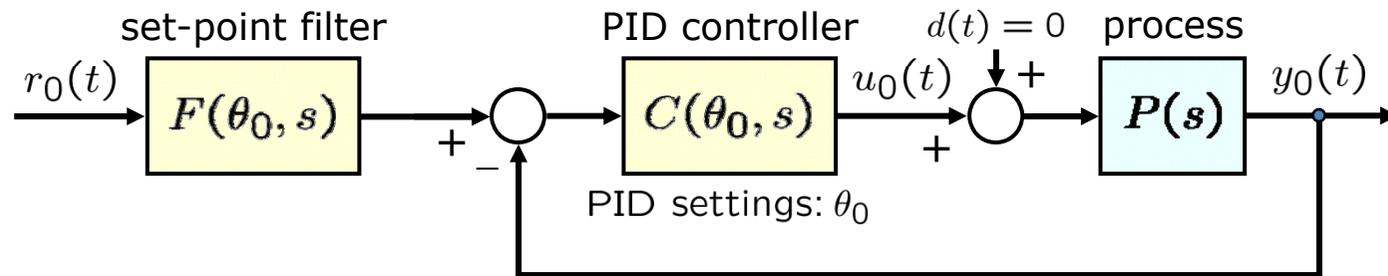
京都大学大学院工学研究科化学工学専攻 准教授 加納学  
<http://www-pse.cheme.kyoto-u.ac.jp/~kano/>

# 内 容

- EFRIT (Extended Fictitious Reference Iterative Tuning)
  - 原理
  - アルゴリズム
- 実用化設計
  - 時系列データ平滑化
  - 目標値応答規範モデル
  - PID パラメータ制約条件
- MATLAB Program Quick Start
  - 閉ループテストデータファイル
  - プログラム実行・調整パラメータ
  - プログラム実行結果
- ケーススタディ
  - 蒸留塔塔底液面制御
  - 組成制御
  - 重合温度制御

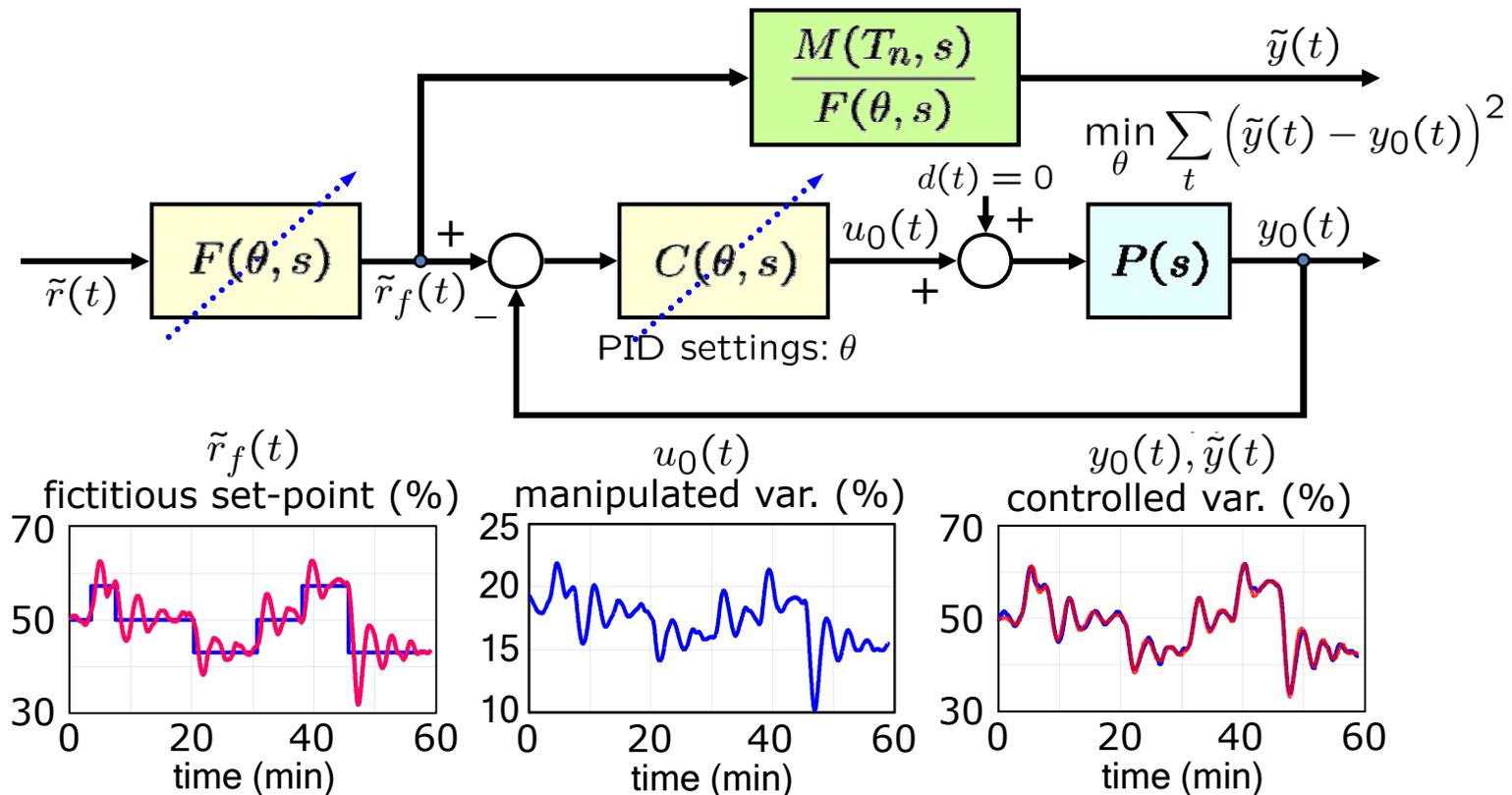
# E-FRIT (Extended Fictitious Reference Iterative Tuning)

- step 1 : 閉ループテスト (目標値変更)
  - ・ P I D制御システム : 安定性が確保されてはいるが, 制御性能に改善の余地がある.
  - ・ 閉ループテスト : 外乱の影響がない閉ループの状態において, 目標値を階段状に数回変更し, 目標値・操作量・制御量の時系列データを収集する.



# E-FRIT

- step 2 : 望ましい目標値応答を与えるPID設定値を求値
  - ・ 擬似目標値 : 任意のPID設定値  $\theta$  において, 閉ループテストの操作量と制御量応答を与える擬似目標値  $\tilde{r}_f(t)$  を定める.
  - ・ 規範モデル(望ましい目標値応答) :  $M(T_n, s)$  二項係数標準型を採用
  - ・ PID設定値 : 擬似目標値に対する規範モデル応答  $\tilde{y}(t)$  が, 閉ループテストの制御量応答  $y_0(t)$  に一致すれば, PID制御系は規範モデルと同等である. そのPID設定値を二乗誤差最小条件で求める.



# E-FRIT アルゴリズム

- **閉ループ目標値変更テスト** : 時系列  $\{t\}_{t=1}^N$  における目標値・操作量・制御量の時系列データ  $\{r_0(t), u_0(t), y_0(t)\}$  を収集する。 サンプル周期  $\tau$  である。
  - ・ PID settings of PI-D/I-PD controller:  $\theta_0 = \{K_{c0}, T_{i0}, T_{d0}\}$
  - ・ 外乱の影響のない閉ループ状態において, 目標値を階段状に数回変更する。
  - ・ 収集した時系列データのうち, 操作量と制御量を適切にスムージングする。
- **規範モデル (望ましい目標値応答)** : 規範モデルに一般化臨界制動 (二項係数標準形) を用いる。 因果律を保つため, プロセスむだ時間  $T_L$  だけ応答をシフトし, プロセスの相対次数  $p$  に対して規範モデルの次数  $n = p + 1$  (PI-D),  $n = p + 2$  (I-PD) とする。

$$M(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{r}(s)} = \frac{1}{(1 + T_n s)^n} e^{-T_L s}$$

$$T_n \approx T_{99} / (4.4 n^{0.6}) \leftarrow T_{99}: 99 \% \text{ response time, } n = 3 \text{ (PI-D), } 4 \text{ (I-PD)}$$

- **PI-D/I-PD controller** : 内在する目標値フィルターと PID controller に分解する。
  - ・ set-point filter:  $F(\theta, s) = \tilde{r}_f(s) / \tilde{r}(s)$
  - ・ PID controller:  $C(\theta, s) = \tilde{u}(s) / \tilde{e}(s), \tilde{e}(s) = \tilde{r}_f(s) - \tilde{y}(s)$
  - ・ PID settings:  $\theta = \{K_c, T_i, T_d\}$

$$F(\theta, s) = \begin{cases} \frac{1 + T_i s}{1 + T_i s + T_i T_d s^2 / (1 + \gamma T_d s)} & \text{(PI-D)} \\ \frac{1}{1 + T_i s + T_i T_d s^2 / (1 + \gamma T_d s)} & \text{(I-PD)} \end{cases}$$

$$C(\theta, s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \gamma T_d s} \right)$$

# E-FRIT アルゴリズム

- **P I D 設定値求値** : 最適化変数  $\phi = \{\theta, T_L\}, \theta = \{K_c, T_i, T_d\}$ 
  - ・ **擬似目標値** : 任意の P I D 設定値において, 閉ループ目標値変更テストの操作量と制御量応答を与える擬似目標値を定める.

$$\tilde{r}_f(\theta, t) = C^{-1}(\theta, s) u_0(t) + y_0(t)$$

- ・ **擬似制御量応答** : 擬似目標値に対する規範モデルの制御量応答を求める.

$$\tilde{y}(\phi, t) = \frac{M(s)}{F(\theta, s)} \tilde{r}_f(\theta, t)$$

- ・ **P I D 設定値** : 擬似制御量応答と閉ループ目標値変更テストの制御量応答が最も一致する P I D 設定値を求める. これを最適化問題として定式化し, 制御量誤差と操作量変更量の 2 次形式の和を目的関数とする. 両者が同じ尺度となるようにスケーリングし, 重み係数でチューニングする.

$$\phi = \arg \min \sum_t \left[ \left( \tilde{y}(\phi, t) - y_0(t) \right)^2 + \left( \lambda f_s \Delta \tilde{u}_0(\theta, t) \right)^2 \right]$$

$$\text{subject to } \phi_l \leq \phi \leq \phi_u$$

$$\tilde{r}_{f0}(t) = F(\theta, s) r_0(t), \tilde{y}_0(t) = M(s) r_0(t)$$

$$\tilde{u}_0(\theta, t) = C(\theta, s) \left( \tilde{r}_{f0}(t) - \tilde{y}_0(t) \right) \leftarrow$$

評価関数の操作量は, 閉ループ目標値変更テストの目標値に対して, 望ましい制御量応答を与える, 仮想的な操作量である.

$\lambda$  : weighting factor,  $f_s$  : scaling factor  $f_s = \sqrt{V_e/V_u}$

$$V_e = \sum_t \left( \tilde{y}_0(t) - y_0(t) \right)^2, V_u = \sum_t \Delta u_0^2(t)$$

# 内 容

- EFRIT (Extended Fictitious Reference Iterative Tuning)
  - 原理
  - アルゴリズム
- 実用化設計
  - 時系列データ平滑化
  - 目標値応答規範モデル
  - PID パラメータ制約条件
- MATLAB Program Quick Start
  - 閉ループテストデータファイル
  - プログラム実行・調整パラメータ
  - プログラム実行結果
- ケーススタディ
  - 蒸留塔塔底液面制御
  - 組成制御
  - 重合温度制御

# 時系列データ平滑化

- 時系列データ平滑化：高周波ノイズ除去

- ・ 操作量・制御量時系列：位相遅れを生じない平滑化により高周波ノイズを除去する。

- ・ Hamming-window filter:  $u(k), y(k) \xrightarrow{\text{smoothing}} u_f(k), y_f(k)$

order:  $n_f = 10$

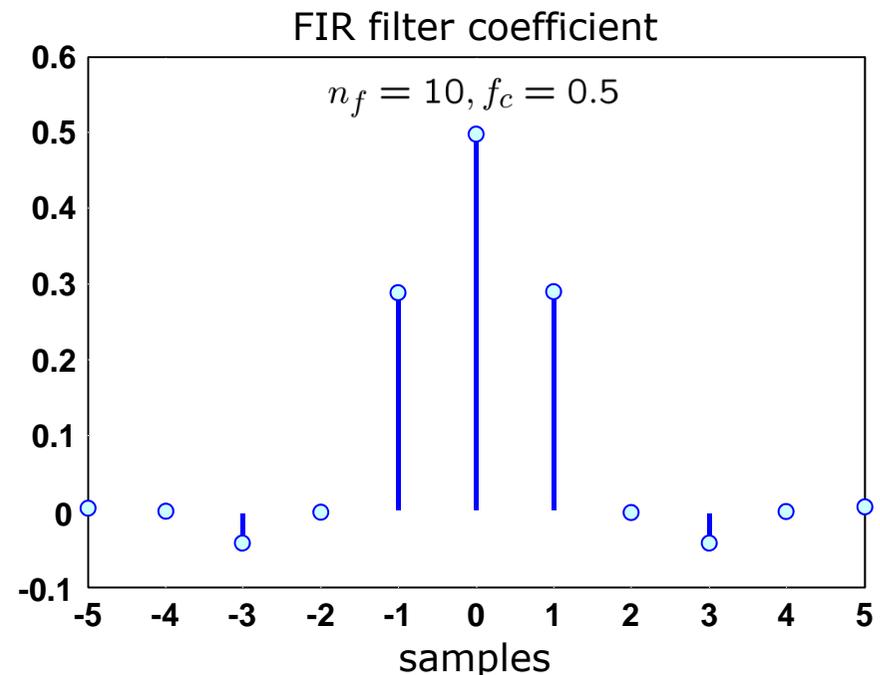
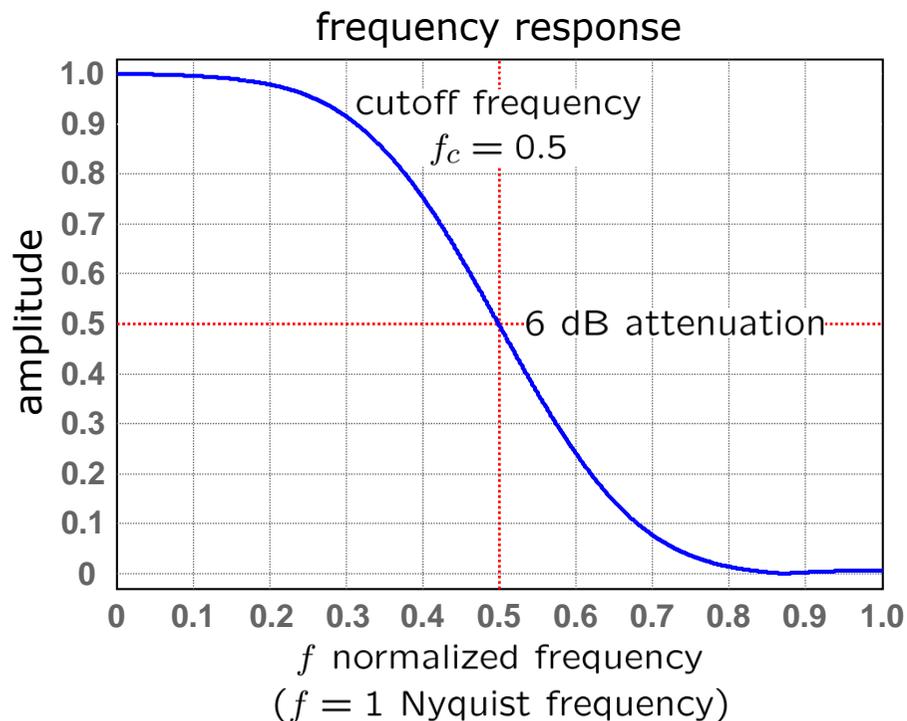
cutoff frequency:  $f_c = 0.5 \in (0, 1)$  normalized by Nyquist frequency:  $F_n$

$F_n = F_s/2$ ;  $F_s$ : sampling frequency

- MATLAB Program Example

```
nf=10; fc=0.5; b=fir1(nf,fc); kw=ceil(nf/2);
```

```
for k=1:kmax; yf(k)=b*[y(k-kw) ... y(k-1) y(k) y(k+1) ... y(k+kw)]'; end;
```

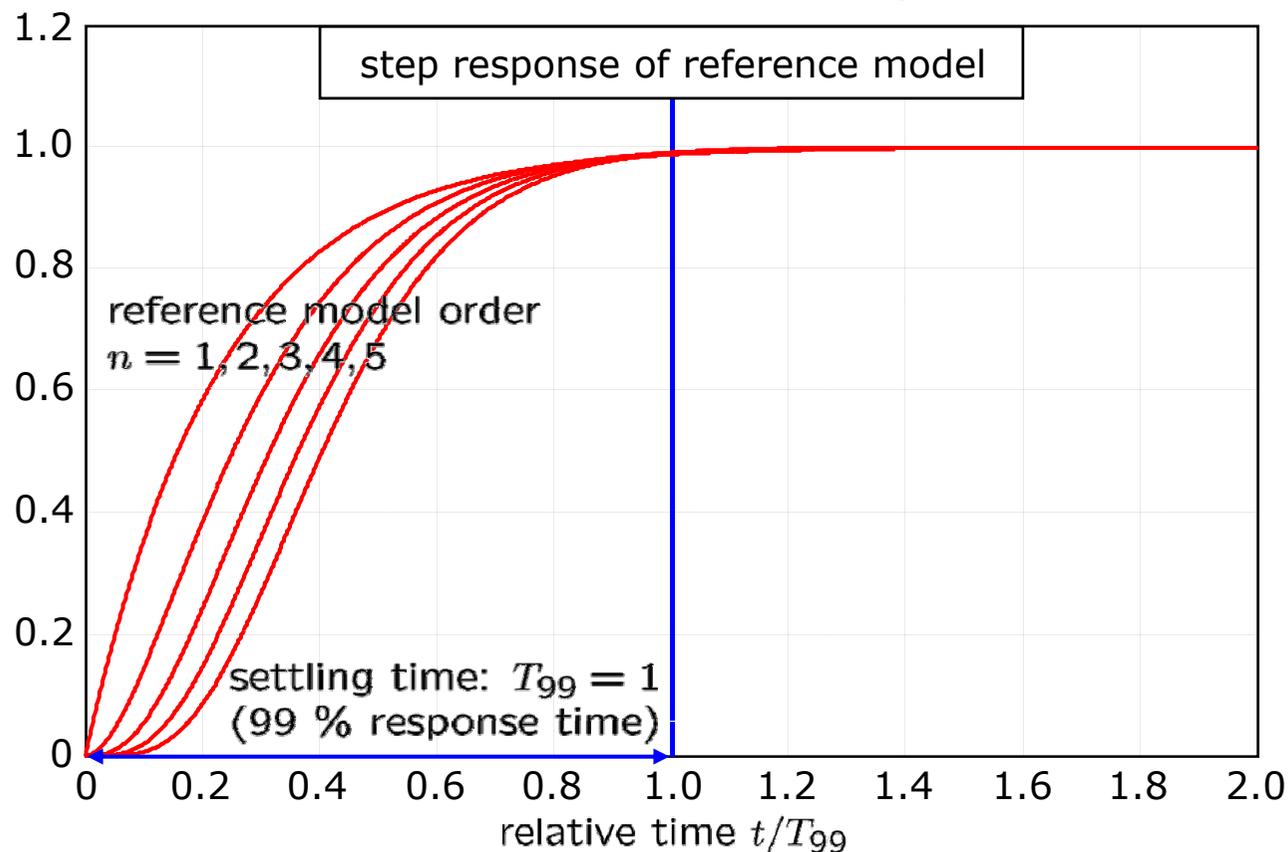


# 規範モデル

- 規範モデル : 望ましい目標値応答  $M(s) = \frac{y_r(s)}{r(s)} = \frac{1}{(1 + T_n s)^n} e^{-T_L s}$
- 調整パラメータ :  $T_n \approx T_{99} / (4.4 n^{0.6}) \leftarrow T_{99} : 99\% \text{ 応答時間 (整定時間)}$

$$n = \begin{cases} p + 1 & (\text{PI-D}) \\ p + 2 & (\text{I-PD}) \end{cases}$$

$p$ : プロセス相対次数  $\rightarrow$  伝達関数 (分母分子  $s$  多項式の次数差)



# 目標値応答特性 : PI-D Algorithm

• 目標値応答特性  $W_c(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{F(s)C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$

PID コントローラ :  $C(s) = \frac{K_c}{T_i s} (1 + T_i s + T_i T_d s^2) \approx \frac{K_c}{T_i s} D_p(s)$

PI-D 目標値フィルター :  $F(s) = \frac{1 + T_i s}{1 + T_i s + T_i T_d s^2}$

プロセス :  $P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-T_L s}$

$$\begin{aligned} W_c(s) &= \frac{\frac{K_p K_c}{T_i s} (1 + T_i s)}{1 + \frac{K_p K_c}{T_i s} N_p(s) e^{-T_L s}} \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-T_L s} \\ &= \frac{1 + T_i s}{N_p(s) e^{-T_L s} + (T_i/\lambda) s} \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-T_L s} \end{aligned}$$

$\lambda \equiv K_p K_c > 1$  ( $K_c = \lambda/K_p$ ) である. むだ時間を Maclaurin 展開近似し

$$e^{-T_L s} \approx 1 - T_L s + T_L^2 s^2 / 2 + \dots$$

$N_p(s) e^{-T_L s}$  を 2 次で打ち切る.

このとき目標値応答特性の次数はプロセス相対次数+1 になる.

- ・ プロセス相対次数=(分母多項式  $D_p(s)$  次数) - (分子多項式  $N_p(s)$  次数)
- ・ ゼロ点・むだ時間共に存在しない場合はプロセス相対次数に等しくできる.

# 目標値応答特性 : I-PD Algorithm

• 目標値応答特性  $W_c(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{F(s)C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)}$

PID コントローラ :  $C(s) = \frac{K_c}{T_i s} (1 + T_i s + T_i T_d s^2) \approx \frac{K_c}{T_i s} D_p(s)$

I-PD 目標値フィルター :  $F(s) = \frac{1}{1 + T_i s + T_i T_d s^2}$

プロセス :  $P(s) = K_p \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-T_L s}$

$$\begin{aligned} W_c(s) &= \frac{\frac{K_p K_c}{T_i s}}{1 + \frac{K_p K_c}{T_i s} N_p(s) e^{-T_L s}} \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-T_L s} \\ &= \frac{1}{N_p(s) e^{-T_L s} + (T_i/\lambda) s} \frac{N_p(s)}{D_p(s)} e^{-T_L s} \end{aligned}$$

$\lambda \equiv K_p K_c > 1$  ( $K_c = \lambda/K_p$ ) である. むだ時間を Maclaurin 展開近似し

$$e^{-T_L s} \approx 1 - T_L s + T_L^2 s^2 / 2 + \dots$$

$N_p(s) e^{-T_L s}$  を 2 次で打ち切る.

このとき目標値応答特性の次数はプロセス相対次数+2 になる.

- ・ プロセス相対次数=(分母多項式  $D_p(s)$  次数) - (分子多項式  $N_p(s)$  次数)
- ・ ゼロ点・むだ時間共に存在しない場合はプロセス相対次数+1になる.

# P I Dパラメータ制約条件

- 上下限值制約

- 最適化変数：P I D設定値・プロセスむだ時間の上下限值を下表のように定める.

最適化変数		unit	lower	upper
P I D設定値：比例ゲイン	$K_c$	%/%	0.1	50
積分時間	$T_i$	min	0.1	150
微分時間	$T_d$	min	0	30
プロセスむだ時間	$T_L$	min	0	10

- 不等式制約

- P I D調整の経験則に倣い，微分時間は積分時間の  $\alpha$  (e.g.  $\alpha=1/5$ ) 以下にする.

$$\frac{T_d}{T_i} \leq \alpha \Rightarrow -\alpha T_i + T_d \leq 0$$

# 内 容

- EFRIT (Extended Fictitious Reference Iterative Tuning)
  - 原理
  - アルゴリズム
- 実用化設計
  - 時系列データ平滑化
  - 目標値応答規範モデル
  - PID パラメータ制約条件
- MATLAB Program Quick Start
  - 閉ループテストデータファイル
  - プログラム実行・調整パラメータ
  - プログラム実行結果
- ケーススタディ
  - 蒸留塔塔底液面制御
  - 組成制御
  - 重合温度制御

# 閉ループテストデータファイル

- 下表の閉ループテストデータを MAT ファイル型式保存

- file name: CL\_Test\_Data.mat
- MATLAB Command Prompt

>> save CL\_Test\_Data PID\_algorithm dir\_rev Kc0 Ti0 Td0 gamma tau rs us ys

データ	変数名	単位	型式	内容
P I D アルゴリズム	PID_algorithm	-	scalar	1=PI-D, 2=I-PD
正逆動作	dir_rev	-	scalar	1=direct, -1=reverse
比例ゲイン	Kc0	%/%	scalar	P I D 設定値
積分時間	Ti0	min	scalar	↓
微分時間	Td0	min	scalar	↓
微分ゲイン	gamma	-	scalar	一般に gamma=10
時系列データ収集周期	tau	min	scalar	
目標値時系列	rs	%	vector	計測レンジで正規化
操作量時系列	us	%	vector	常に 0 - 100 %
制御量時系列	ys	%	vector	計測レンジで正規化

# プログラム実行・調整パラメータ

- EFRIT プログラム実行

- ・ MATLAB Command Prompt

- >> **efrit**

- EFRIT 調整パラメータ : MATLAB Command Window で会話型式で入力

調整パラメータ	変数名	単 位	内 容
99 % response time	T99	min	目標値変更量に対して 99 % 応答するまでの時間

- EFRIT 内部パラメータ : MATLAB Program 内部で固定値としているものは下表のとおり

内部パラメータ	変数名	単 位	内 容
FIR filter order & cut-off frequency	nf fc	-	nf=10, fc=0.5 としている.
desired response order	n	-	望ましい目標値応答 : 臨界制動応答の次数 PI-D: n=3, I-PD: n=4 としている.
weight coefficient on squared delta-MV	lambda	-	評価関数の操作量差分値 2 乗項にかかる重み係数 lambda=1 としている.
upper limit of Td / Ti	alpha	-	P I D 設定値の微分時間と積分時間の比の上限值 alpha ≤ (1/5) となるようにしている.

# プログラム実行結果

- EFRIT プログラム実行結果 : MATLAB Command Window に以下のように出力される.

>>efrit ← 赤字 : 入力するコマンドおよびパラメータ

case of closed loop test ( 0 = Actual Problem, 1 = LC, 2 = AC, 3 = TC ) = 3

suggested T99 = 10 min

99 % response time T99 (min) = 10

Local minimum possible. Constraints satisfied.

fmincon stopped because the predicted change in the objective function is less than the default value of the function tolerance and constraints were satisfied to within the default value of the constraint tolerance.

<stopping criteria details>

No active inequalities. ← 最適化変数の制約抵触なし.

convergence time (sec)

c\_time = 3.0310 ← 最適化計算収束時間 (sec)

PID settings: Kc (%/%), Ti (min), Td (min) ← PID 設定値計算結果

Kc = 4.8547

Ti = 1.0377

Td = 0.0912

process dead time: TL (min)

TL = 0.2380 ← プロセスむだ時間

→  $\{K_c = 4.9 \text{ %/}, T_i = 1.0 \text{ min}, T_d = 0.10 \text{ min}\}, T_L = 0.24 \text{ min}$

# 内 容

- EFRIT (Extended Fictitious Reference Iterative Tuning)
  - 原理
  - アルゴリズム
- 実用化設計
  - 時系列データ平滑化
  - 目標値応答規範モデル
  - PID パラメータ制約条件
- MATLAB Program Quick Start
  - 閉ループテストデータファイル
  - プログラム実行・調整パラメータ
  - プログラム実行結果
- ケーススタディ
  - 蒸留塔塔底液面制御
  - 組成制御
  - 重合温度制御

# ケーススタディ : E-FRIT

## 閉ループ目標値変更テスト条件

データ	変数名	単位	Case 1: LC	Case 2: AC	Case 3: TC
			Column Level	Analyzer	Polym. Temp.
PIDアルゴリズム	PID_algorithm	-	2 (I-PD)	2 (I-PD)	1 (PI-D)
正逆動作	dir_rev	-	-1 (Reverse)	1 (Direct)	1 (Direct)
比例ゲイン	Kc0	%/%	2.0	0.67	2.5
積分時間	Ti0	min	10	1.0	2.8
微分時間	Td0	min	0	0	0.10
微分ゲイン	gamma	-	10	10	10
時系列データ収集周期	tau	min	1	1/60 ( 1 sec)	1/60 ( 1 sec)

## E-FRIT 設計結果

整定時間	T99	min	40	4.0	10
比例ゲイン	Kc	%/%	2.85 (5.7)	0.177 (0.32)	4.85 (5.3)
積分時間	Ti	min	15.6 (12)	0.622 (1.3)	1.04 (2.3)
微分時間	Td	min	1.89 (2.3)	0 (0.35)	0.0912 (0.25)
プロセスむだ時間	TL	min	0	0	0.238

( ) : モデルベース PID 設定則 - 小河法による.

# ケーススタディ：閉ループシステム同定

## 閉ループ目標値変更テスト条件

データ	変数名	単位	Case 1: LC	Case 2: AC	Case 3: TC
			Column Level	Analyzer	Polym. Temp.
PIDアルゴリズム	PID_algorithm	-	2 (I-PD)	2 (I-PD)	1 (PI-D)
正逆動作	dir_rev	-	-1 (Reverse)	1 (Direct)	1 (Direct)
比例ゲイン	Kc0	%/%	2.0	0.67	2.5
積分時間	Ti0	min	10	1.0	2.8
微分時間	Td0	min	0	0	0.10
微分ゲイン	gamma	-	10	10	10
時系列データ収集周期	tau	min	1	1/60 ( 1 sec)	1/60 ( 1 sec)

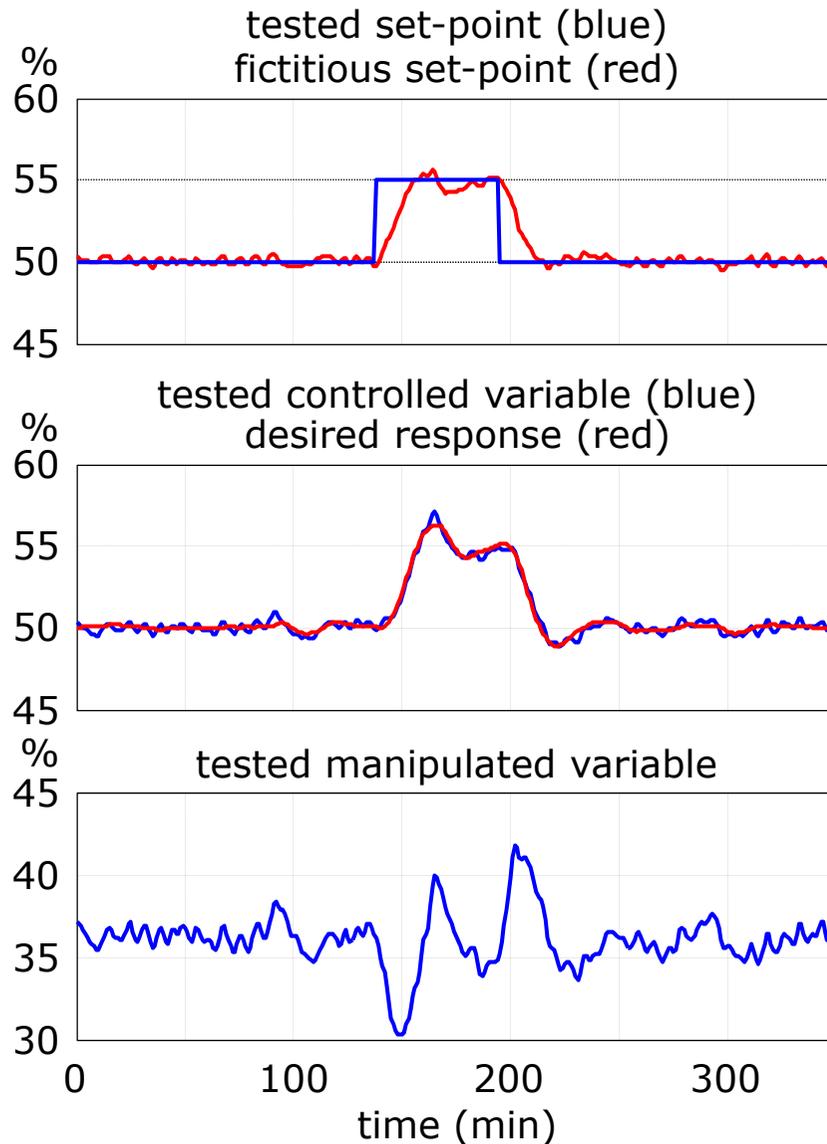
## 閉ループシステム同定結果

プロセス動特性モデル			積分+1次遅れ	2次遅れ	2次遅れ
ゲイン	$K_p$	%/%	-	3.69	0.0724
時定数 1	$T_{p1}$	min	-13.6	0.837	1.86
時定数 2	$T_{p2}$	min	3.83	0.837	1.86
むだ時間	$T_L$	min	0.250	0.220	0

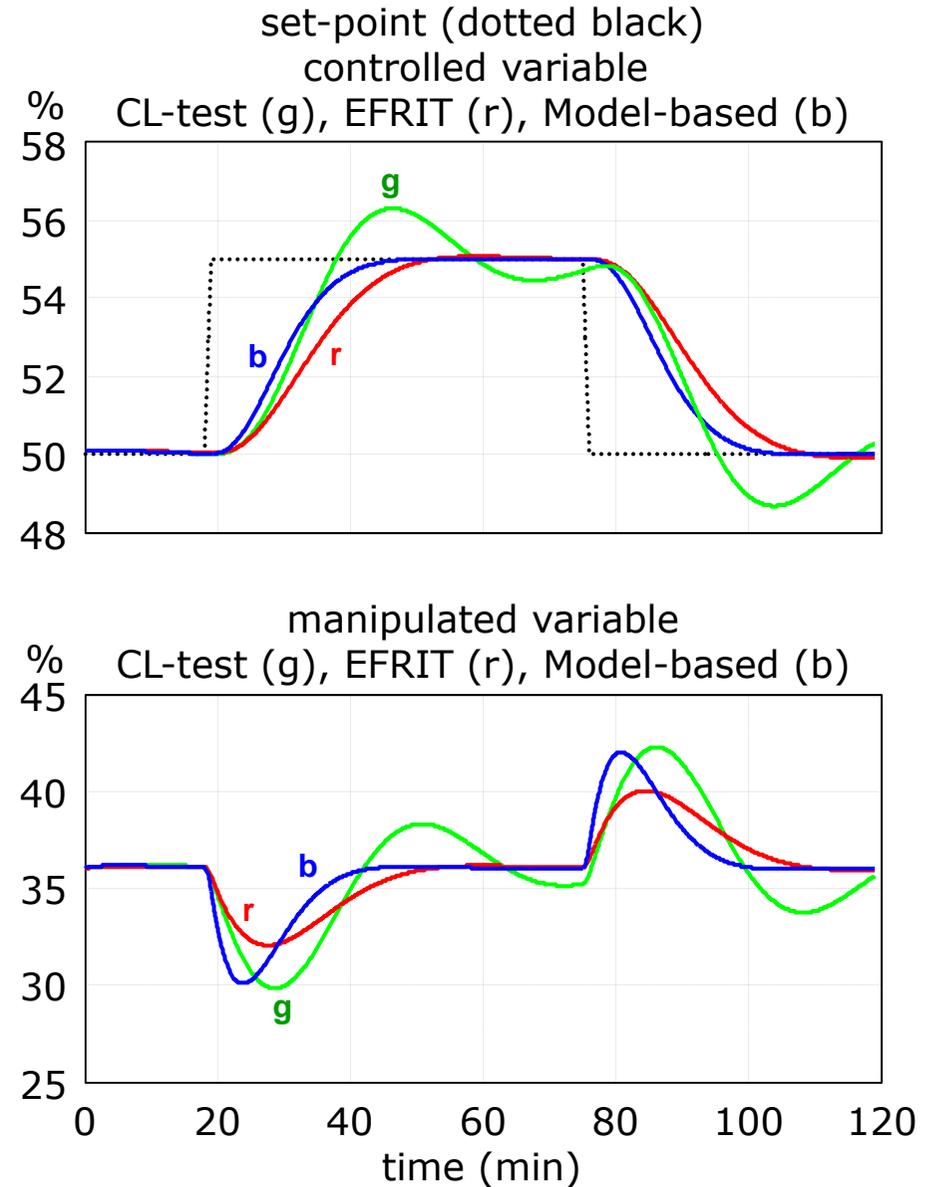
process dynamics model:  $P(s) \equiv \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1}{T_{p1}s(T_{p2}s + 1)} e^{-T_L s}$ ,  $P(s) = \frac{K_p}{(T_{p1}s + 1)(T_{p2}s + 1)} e^{-T_L s}$

# LC: Distillation Column Base Level Control

## EFRIT Design Results

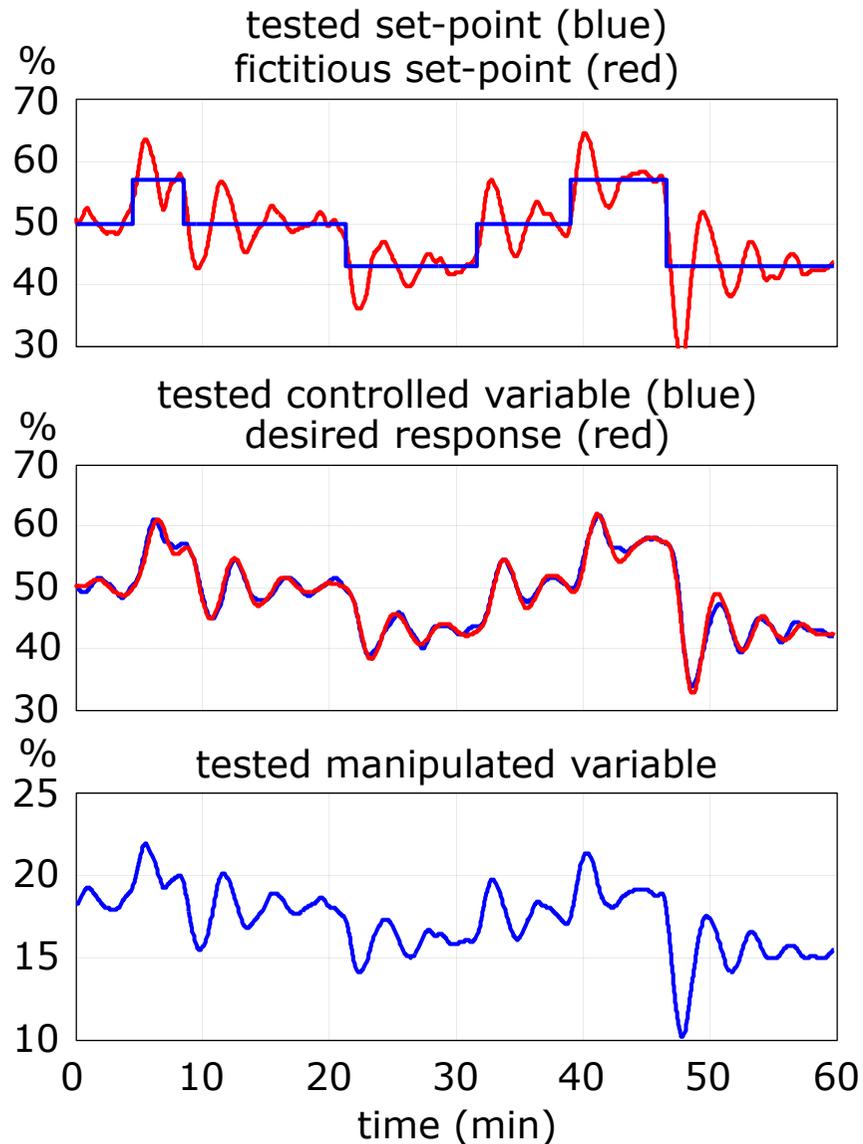


## I-PD Control Simulation

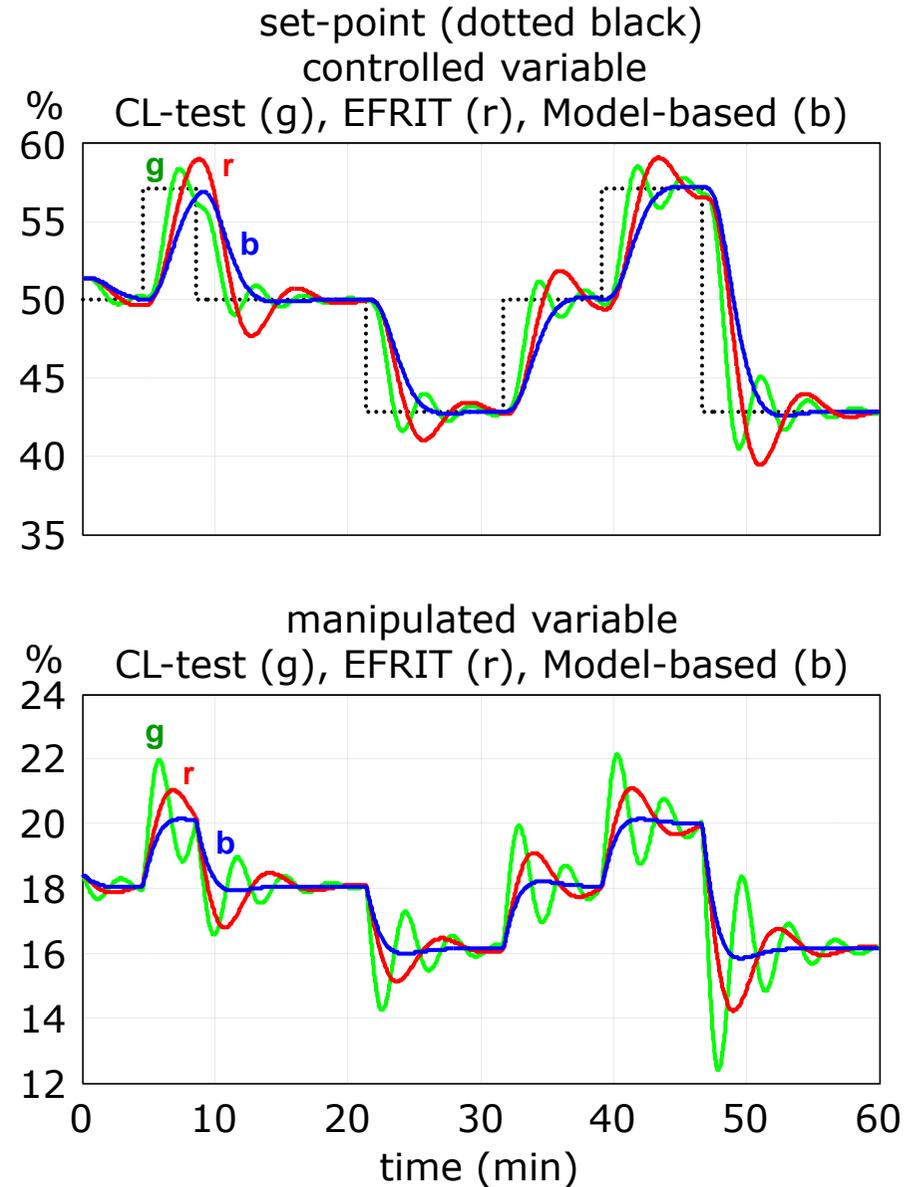


# AC: Analyzer with Fast Dynamics Control

## EFRIT Design Results

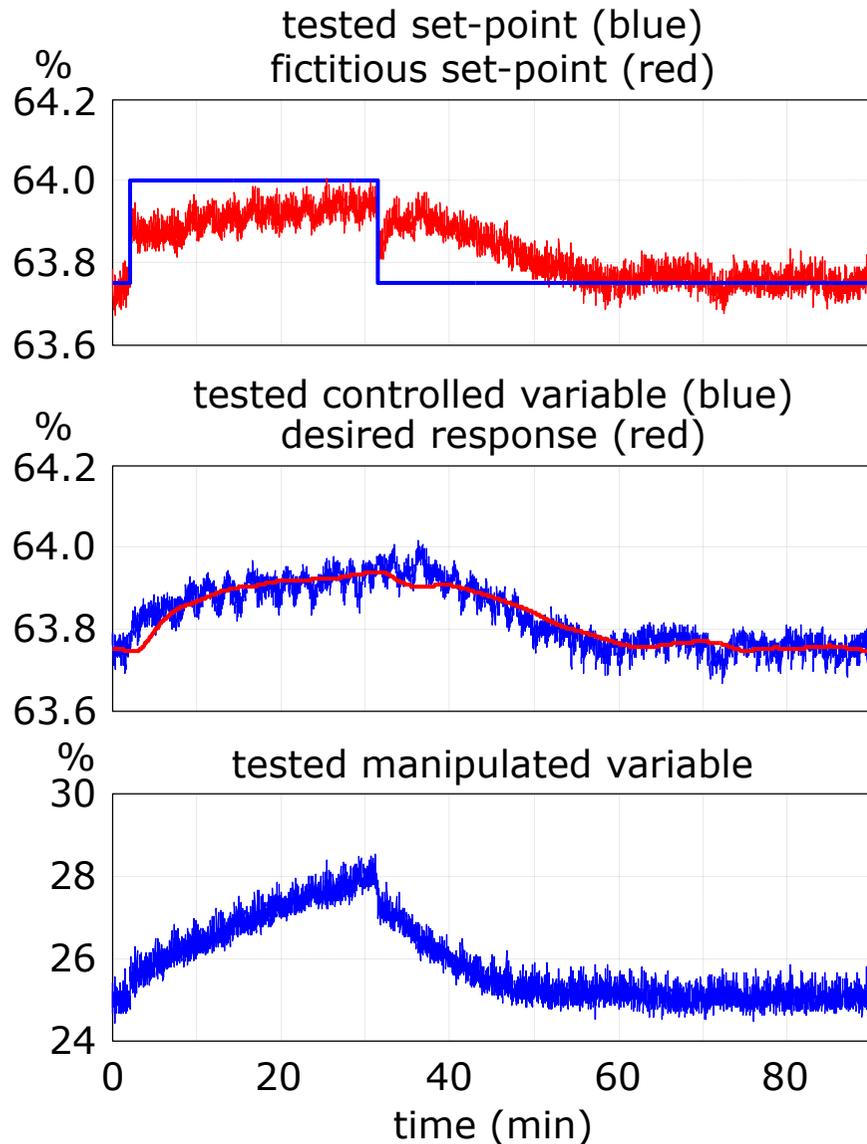


## I-PD Control Simulation



# TC: Polymerization Temperature Control

## EFRIT Design Results



## PI-D Control Simulation

